

มหกรรมชุมนุมนักศึกษานานาชาติด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ ณ สหราชอาณาจักร



ที่ประเทศอังกฤษมีการตั้งสมาคมนักวิจัยด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ หรือ British Society for Research into Learning Mathematics (BSRLM) เพื่อรวมกลุ่มกันทำงานด้านการส่งเสริมและพัฒนางานวิจัยด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศอังกฤษและในระดับนานาชาติให้มีคุณภาพและสามารถช่วยแก้ปัญหาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น กิจกรรมหลักกิจกรรมหนึ่งของ BSRLM ก็คือการจัดประชุมวิชาการแลกเปลี่ยนเรียนรู้งานวิจัยระหว่างกันของนักวิจัยและนักการศึกษาคณิตศาสตร์ทั่วทั้งสหราชอาณาจักรและจากที่อื่น ๆ ทั่วโลก การประชุมวิชาการของ BSRLM นับเป็นเวทีที่เปิดโอกาสให้นักวิจัยได้นำเสนอผลงานของตนต่อผู้เชี่ยวชาญที่มีความสนใจในหัวข้อเดียวกัน โดยอาจเป็นการนำเสนอหัวข้อวิจัย การนำข้อมูลที่ได้มาช่วยกันหาแนวทางวิเคราะห์ หรือนำเสนอผลการวิจัยทั้งหมดหลังเสร็จสิ้นโครงการแล้วก็ได้

สำหรับการจัดงานประชุมวิชาการของ BSRLM เมื่อวันที่ 2 มีนาคม พ.ศ. 2556 ซึ่งจัดขึ้น ณ Graduate School of Education มหาวิทยาลัย Bristol นั้น ผู้เขียนเองก็มีโอกาสได้เข้าร่วมงานและนำเสนองานวิจัยวิทยานิพนธ์ปริญญาเอกเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ GSP ของนักเรียนไทยไปพร้อม ๆ กับนักวิจัยท่านอื่น ๆ ด้วย โดยการนำเสนอในครั้งนี้เป็นการเล่าถึงภาพรวมของโครงการวิจัยทั้งหมดและเน้นไปที่ผลการวิจัยเป็นหลักเพื่อขอความคิดเห็นจากผู้เข้าร่วมประชุมท่านอื่น ๆ นอกจากนี้ยังเป็นการเตรียมความพร้อมสำหรับการสอบวิทยานิพนธ์ โดยเฉพาะการเตรียมตัวตอบคำถามต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยเพื่อเป็นประสบการณ์ไปในตัว

การนำเสนอผลงานวิจัยด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ในครั้งนี้มีผู้สนใจเข้าร่วมนำเสนออย่างคับคั่งด้วยหัวข้อที่แตกต่างหลากหลาย จนผู้จัดต้องจัดแบ่งผู้นำเสนอผลงานออกเป็นหัวข้อต่าง ๆ เป็นห้อง ๆ เพื่อความสะดวกในการเลือกเข้าฟังของผู้ร่วมงาน ซึ่ง

หัวข้องานวิจัยของผู้เขียนเองถูกจัดอยู่ในเรื่องการใช้เทคโนโลยีในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการสอนเรื่องเรขาคณิต ผู้เขียนจึงได้ปักหลักเข้าฟังการนำเสนอผลงานในห้องนี้ เพื่อสำรวจดูด้วยว่ามีเพื่อนนักวิจัยและนักศึกษาระดับปริญญาเอกท่านอื่น ๆ สนใจศึกษาประเด็นเหล่านี้ในหัวข้อใดบ้าง

สำหรับการบรรยายหัวข้อแรกของห้องเทคโนโลยีเพื่อการศึกษาคณิตศาสตร์ เป็นการบรรยายของคุณ Jose Antonio Gonzalez นักศึกษาปริญญาเอกจากประเทศสเปนที่สนใจศึกษาเรื่องการใช้โปรแกรม spreadsheet เช่น MS Excel ช่วยแก้ปัญหาการคำนวณทางพีชคณิตของเด็กนักเรียนชั้น Grade 6 โดยคุณ Jose Antonio Gonzalez ได้แสดงวิดีโอคลิปที่นักเรียนใช้โปรแกรม MS Excel มาใช้แก้ปัญหาโจทย์ต่อไปนี้

“โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 510 คน โดยนักเรียนแต่ละคนสามารถเลือกเข้าชมรมกีฬาสามประเภทได้เพียงหนึ่งชมรม ถ้ามีนักเรียนเลือกเข้าชมรมแบดมินตันน้อยกว่าชมรมวอลเลย์บอลอยู่ 30 คน และมีนักเรียนเลือกเข้าชมรมปิงปองเป็นสองเท่าของชมรมแบดมินตัน จงหาว่ามีนักเรียนในแต่ละชมรมกี่คน”

ซึ่งนักเรียนก็สามารถออกแบบตารางในโปรแกรม MS Excel เพื่อช่วยในการหาคำตอบ โดยใช้ฟังก์ชันสูตรและค่าผลรวมในโปรแกรมเป็นเครื่องมือช่วยได้ดังนี้

	A	B
1	ชมรม	จำนวน
2	แบดมินตัน	
3	วอลเลย์บอล	=B2+30
4	ปิงปอง	=2*B2
5	รวม	=SUM(B2:B4)
6		

	A	B
1	ชมรม	จำนวน
2	แบดมินตัน	120
3	วอลเลย์บอล	150
4	ปิงปอง	240
5	รวม	510
6		

ภาพที่ 1 นักเรียนใช้โปรแกรม MS Excel ช่วยในการแก้ปัญหาทางพีชคณิต

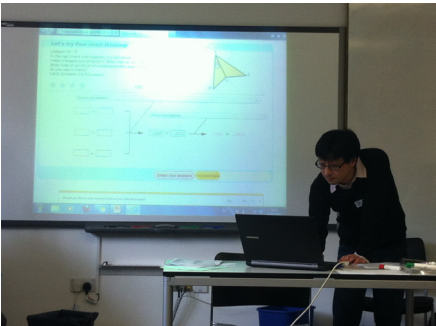
โดยนักเรียนได้ใช้ฟังก์ชันสูตรและชื่อเซลล์ เช่น B2 แทนการใช้ตัวแปรและการเขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนนักเรียนในชมรมแบดมินตัน วอลเลย์บอล และปิงปองตามภาพที่ 1 ทางด้านซ้าย จากนั้นจึงใช้วิธีเดาจำนวนนักเรียนในชมรมแบดมินตันในช่อง B2 โดยเริ่มจาก 100 คน แล้วสำรวจจำนวนรวมไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งสามารถหาค่า B2 ที่ทำให้จำนวนรวมเท่ากับ 510 คน ได้เมื่อสมมติให้จำนวนนักเรียนในชมรมแบดมินตันเท่ากับ 120 คน การนำเสนองานวิจัยเรื่องนี้ได้รับการอภิปรายกับผู้เข้าร่วมประชุมอย่างค่อนข้างกว้างขวาง

ตั้งแต่ประเด็นการใช้ชื่อเซลล์ในโปรแกรม MS Excel แทนตัวแปร x หรือ y การใช้วิธีลองผิดลองถูกร่วมในการหาคำตอบ รวมถึงโครงสร้างของการวางตารางที่ใส่ชื่อชมรมลงมาในแนวตั้งซึ่งอาจไม่สอดคล้องกับวิธีการเขียนสมการซึ่งนิยมเขียนในแนวนอน เช่น

จำนวนนักเรียน ในชมรม แบดมินตัน	+	จำนวนนักเรียน ในชมรม วอลเลย์บอล	+	จำนวนนักเรียน ในชมรม ปิงปอง	=	510 คน
--------------------------------------	---	---------------------------------------	---	-----------------------------------	---	--------

อย่างไรก็ดี การใช้ฟังก์ชันสูตรในโปรแกรม MS Excel ก็ยังมีส่วนช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจเรื่องตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรซึ่งเป็นพื้นฐานของพีชคณิตได้จากการใช้สูตรและการกำหนดชื่อเซลล์ต่าง ๆ ที่ต้องการนั่นเอง

สำหรับผู้นำเสนองานวิจัยชิ้นที่สองในห้องนี้ก็เป็นนักวิจัยจากประเทศญี่ปุ่นนำโดยคุณ Taro Fujita ที่สนใจการใช้สื่อการเรียนรู้ผ่านเว็บไซต์ในการสอนเรื่องการพิสูจน์ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม โดยคุณ Taro Fujita ได้ออกแบบสื่อการสอนที่นักเรียนสามารถใช้เมาส์คลิกเลือกมุมหรือด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมาเปรียบเทียบกันได้ เพื่อพิสูจน์ว่ารูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการด้วยเหตุผลใด ซึ่งนักเรียนระดับชั้น Grade 9 ซึ่งร่วมในงานวิจัยนี้ก็สามารถเรียนรู้สมบัติของสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการได้อย่างดี อย่างไรก็ตามผู้เข้าร่วมฟังการบรรยายก็ยังมีข้อเสนอแนะต่อสื่อการสอนนี้ว่า มีตัวอย่างแสดงเฉพาะกรณีที่สามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการเท่านั้น แต่ยังไม่มีการกรณีที่สามเหลี่ยมสองรูปไม่เท่ากันทุกประการเลย ดังนั้นสื่อการสอนชิ้นนี้น่าจะยังพัฒนาอีกได้ ด้วยการเปิดโอกาสให้นักเรียนแยกแยะกรณีที่สามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันและไม่เท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบด้วยว่าเพราะอะไร



ภาพที่ 2 คุณ Taro Fujita นำเสนอสื่อออนไลน์เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ส่วนผู้นำเสนอหัวข้อวิจัยรายที่สามเป็นนักศึกษาปริญญาเอกชั้นปีที่ 2 จากมหาวิทยาลัย Oxford ประเทศอังกฤษ ชื่อคุณ Nick Andrews ซึ่งสนใจศึกษาถึงปฏิสัมพันธ์ระหว่างสามสิ่งหลัก ๆ คือ ครูผู้สอน ผู้เรียน และเนื้อหาเรขาคณิตในกิจกรรมการสร้างทางเรขาคณิตด้วยไม้บรรทัดและวงเวียนที่มีการจัดเป็นลำดับขั้น โดยคุณ Nick Andrews ได้ตั้งข้อสังเกตว่าการสร้างทางเรขาคณิตมีอยู่หลายกิจกรรม และการลำดับกิจกรรมการสร้างทางเรขาคณิตในการเรียนการสอนจะส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนด้วยหรือไม่และอย่างไร โดยผู้วิจัยก็ได้ร่วมกับครูผู้สอนระดับ Grade 7 ออกแบบแผนการสอนเรื่องการสร้างทางเรขาคณิตจำนวน 5 คาบ โดยให้นักเรียนสร้างสิ่งต่าง ๆ ตามลำดับต่อไปนี้

คาบที่ 1: สร้างจุดที่มีระยะห่างจากจุดที่กำหนดให้เท่า ๆ กันหลาย ๆ จุด / จุดที่มีระยะห่างจากจุดปลายของส่วนของเส้นตรง AB เท่า ๆ กันหลาย ๆ จุด และ จุดที่มีระยะห่างจากเส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกันเท่า ๆ กันหลาย ๆ จุด ซึ่งจะได้เป็นโลคัสของจุดเป็นรูปวงกลม เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก และเส้นแบ่งครึ่งมุม ตามลำดับ

คาบที่ 2: สร้างรูปวงกลมที่มีรัศมี 6 ซม. สร้างเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากของส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดสองจุดที่ต้องการ เส้นแบ่งครึ่งมุมของมุมขนาดต่าง ๆ และ มุมที่มีขนาด 22.5 องศา

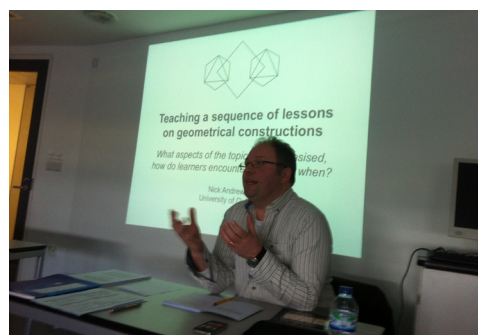
คาบที่ 3: สร้างเส้นตั้งฉากเส้นตรงเส้นหนึ่งผ่านจุดที่กำหนดให้บนเส้นตรง / อภิปรายเรื่องการหาระยะห่างระหว่างจุดอิสระจุดหนึ่งกับเส้นตรงหนึ่งเส้น และสร้างสามเหลี่ยมที่มีความยาวแต่ละด้านตามที่กำหนดให้

คาบที่ 4: ใช้ความรู้เรื่องการสร้างที่เรียนมาแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่าง ๆ

คาบที่ 5: นำความรู้มาประยุกต์ในการสร้างโลคัสของจุดที่มีระยะห่างจากเส้นรอบรูปของรูปสองมิติต่าง ๆ คงที่

ซึ่งคุณ Nick Andrews ก็ได้ชี้แจงว่าเขาและครูผู้สอนได้พยายามออกแบบแผนการสอนให้นักเรียนฝึกสร้างและสังเกตสมบัติทางเรขาคณิตจากกรณีง่าย ๆ เช่น การสร้างรูปวงกลม เส้นแบ่งครึ่ง และตั้งฉาก หรือเส้นแบ่งครึ่งมุม ก่อนจะกำหนดปัญหาที่ท้าทาย

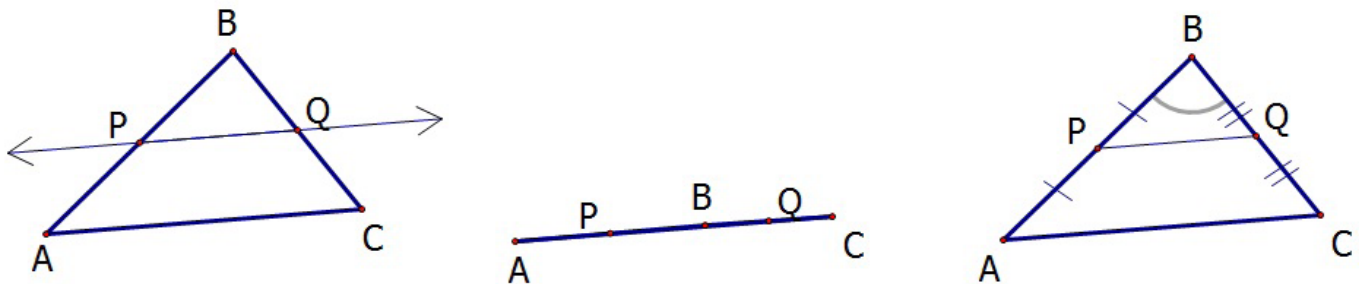
เพื่อต่อยอดทักษะความรู้ไปเรื่อย ๆ จนถึงขั้นนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ในคาบที่ 5 และคาดหวังว่าการเรียงลำดับบทเรียนลักษณะนี้จะทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างเป็นลำดับขั้นและเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ได้ดีกว่า อย่างไรก็ตามเนื่องจากงานวิจัยชิ้นนี้ยังอยู่ในช่วงเริ่มต้นสร้างเครื่องมือวิจัยโดยยังไม่มีเก็บข้อมูลจริง ๆ จุดประสงค์ในการนำเสนอของคุณ Nick Andrews ในวันนั้นจึงมุ่งเน้นให้ผู้ร่วมฟังแสดงความคิดเห็นต่อเครื่องมือที่เขาออกแบบมากกว่า ซึ่งผู้เข้าร่วมฟังส่วนใหญ่ก็เห็นด้วยว่าบทเรียนที่ออกแบบมามีลำดับเป็นขั้นตอนที่ความท้าทายได้เหมาะสมดี แต่หลาย ๆ คนก็สนใจถามคำถามกับผู้นำเสนอในขั้นตอนของการเก็บข้อมูลว่าจะสำรวจปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับมโนทัศน์ทางเรขาคณิตที่เป็นลำดับเหล่านี้ได้อย่างไร และผู้วิจัยจะสามารถมองเห็นลำดับความรู้เหล่านี้ในความคิดของนักเรียนด้วยวิธีไหน ซึ่งคุณ Nick Andrews ก็รับคำแนะนำเหล่านี้เพื่อไปวางแผนขั้นตอนการเก็บข้อมูลอย่างละเอียดต่อไป



ภาพที่ 3 คุณ Nick Andrews นำเสนอเครื่องมือวิจัยต่อผู้ร่วมฟัง

ปิดท้ายการประชุมวิชาการในห้องนี้ ด้วยหัวข้อเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต The Geometer's Sketchpad (GSP) กับการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนไทยระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผู้เขียนก็มีโอกาสได้ลองนำเสนอ ก่อนจะสอบวิทยานิพนธ์จริงในอีกสองวันถัดมา ซึ่งก็นับเป็นการซ้อมตอบคำถามที่ช่วยการเตรียมตัวสอบของผู้เขียนได้เป็นอย่างดี โดยเฉพาะในส่วนทักษะการอธิบายเรื่องต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการงานวิจัยจากผู้ฟังหลากหลายมุมมอง ซึ่งเนื้อหาที่ผู้เขียนนำเสนอก็เป็นการแสดงผลการวิจัยจากการให้นักเรียนสำรวจสมบัติของรูปเรขาคณิตในสถานการณ์ต่าง ๆ เช่น การสำรวจสมบัติของเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งจะขนานกับด้านที่เหลือเสมอ แล้วให้นักเรียนสังเกตและสรุปว่าเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางนี้ขนานกับด้านที่สามหรือไม่

และให้เหตุผลว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้นโดยใช้คำสั่งต่าง ๆ ในโปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือ ซึ่งจากผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีกลยุทธ์ในการให้เหตุผลต่อสมบัติการขนานกันของเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางด้านของสามเหลี่ยมกับด้านที่เหลือในโปรแกรม GSP ที่แตกต่างกันหลาย มีตั้งแต่การใช้เครื่องมือสร้างเส้นขนานในการแสดงว่าเส้นทั้งสองนั้นขนานกันจริง ๆ เพื่อยืนยัน การใช้เครื่องมือลูกศรปรับรูปสามเหลี่ยมจนด้านทั้งหมดอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เพื่อบอกว่าเส้นทั้งสองขนานกันเพราะมันจะไม่ตัดกันไม่ว่ากรณีใด ๆ ด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัย ไปจนถึงการใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยอ้างอิงถึงสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายมาอธิบายสมบัติของการขนาน ดังแสดงในภาพที่ 4



ภาพที่ 4 วิธีการให้เหตุผลทางเรขาคณิตลักษณะต่าง ๆ เกี่ยวกับเส้นเชื่อมจุดกึ่งกลางด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมทั้งการใช้เครื่องมือสร้างเส้นขนาน การปรับรูปเพื่อสำรวจสมบัติ และการอ้างอิงถึงสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย

ซึ่งงานวิจัยนี้ก็แสดงให้เห็นถึงวิธีการให้เหตุผลแบบใหม่ ๆ ที่นักเรียนอาจเลือกนำมาใช้อธิบายปรากฏการณ์ที่สังเกตได้โดยใช้คำสั่งและความยืดหยุ่นต่าง ๆ ในโปรแกรม GSP ซึ่งบางครั้งก็อาจไม่จำเป็นต้องเป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัยด้วยการพิสูจน์ หรือเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลเสมอ ซึ่งผู้เข้าร่วมฟังการนำเสนอในวันนั้นก็ให้ความสนใจกับผลการวิจัยเป็นอย่างดี โดยหลาย ๆ คนก็มีคำถามถึงการจำแนกประเภทการให้เหตุผลแบบต่าง ๆ ในงานวิจัยที่อาจกำหนดไว้รัดกุมเกินไป จนไม่ยืดหยุ่นสำหรับการให้เหตุผลลักษณะใหม่ ๆ ที่อาจเกิดขึ้น การเปรียบเทียบการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในโปรแกรม GSP ที่แตกต่างจากการให้เหตุผลจากรูปบนกระดาษและประเด็นที่ว่านักเรียนมีความรู้สึกต่อเรขาคณิตเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรเมื่อได้เห็นรูปเรขาคณิตที่สามารถปรับรูปร่างได้ในโปรแกรมนี้ ซึ่งคำถามเหล่านี้เองที่เป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เขียนได้พินิจและทบทวนถึงความคิดของตัวเองตลอดระยะเวลาของการทำการวิจัยว่ามีเหตุผลอย่างไรในการตัดสินใจในแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการและการวิเคราะห์ข้อมูลในจุดต่าง ๆ นับเป็นการเน้นย้ำถึงความชัดเจนในแนวทางการวิจัยของผู้เขียนเองผ่านมุมมองที่หลากหลายของผู้ร่วมฟังอย่างเป็นประโยชน์

สิ่งที่ผู้เขียนได้รับจากการเข้าร่วมประชุมวิชาการในครั้งนี้จึงไม่เพียงแต่จะได้โอกาสฝึกการนำเสนอผลงานวิจัยของตนเองผ่านการตอบคำถามจากมุมมองที่หลากหลายเท่านั้น แต่ยังได้สัมผัสถึงบรรยากาศแห่งการวิพากษ์วิจารณ์และได้แย่งทางวิชาการที่ผู้เข้าร่วมประชุมแต่ละท่านต่างก็พยายามแสดงทรรศนะและมุมมองของตนอย่างตรงไปตรงมา ซึ่งทุกท่านต่างก็มีเจตนาในการแลกเปลี่ยนความรู้และประสบการณ์ระหว่างกันอันมิตรโดยไม่มี การผัดใจอะไรกัน แม้ว่าบางครั้งจะมีการถกเถียงกันอย่างเข้มข้นก็ตาม เพราะนักวิจัยและนักการศึกษาคณิตศาสตร์เหล่านี้ต่างตระหนักดีว่าความคิดอ่านที่แตกต่างหลากหลายจะช่วยส่องสะท้อนให้งานวิจัยมีความลึกซึ้งและเป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้จริงมากขึ้น ทำให้เราได้คำตอบต่อไปว่าปัญหาที่แท้จริงของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มันอยู่ ณ จุดใด และเราควรจะทำอย่างไรต่อไปเพื่อปัญหาต่าง ๆ เหล่านั้น

