

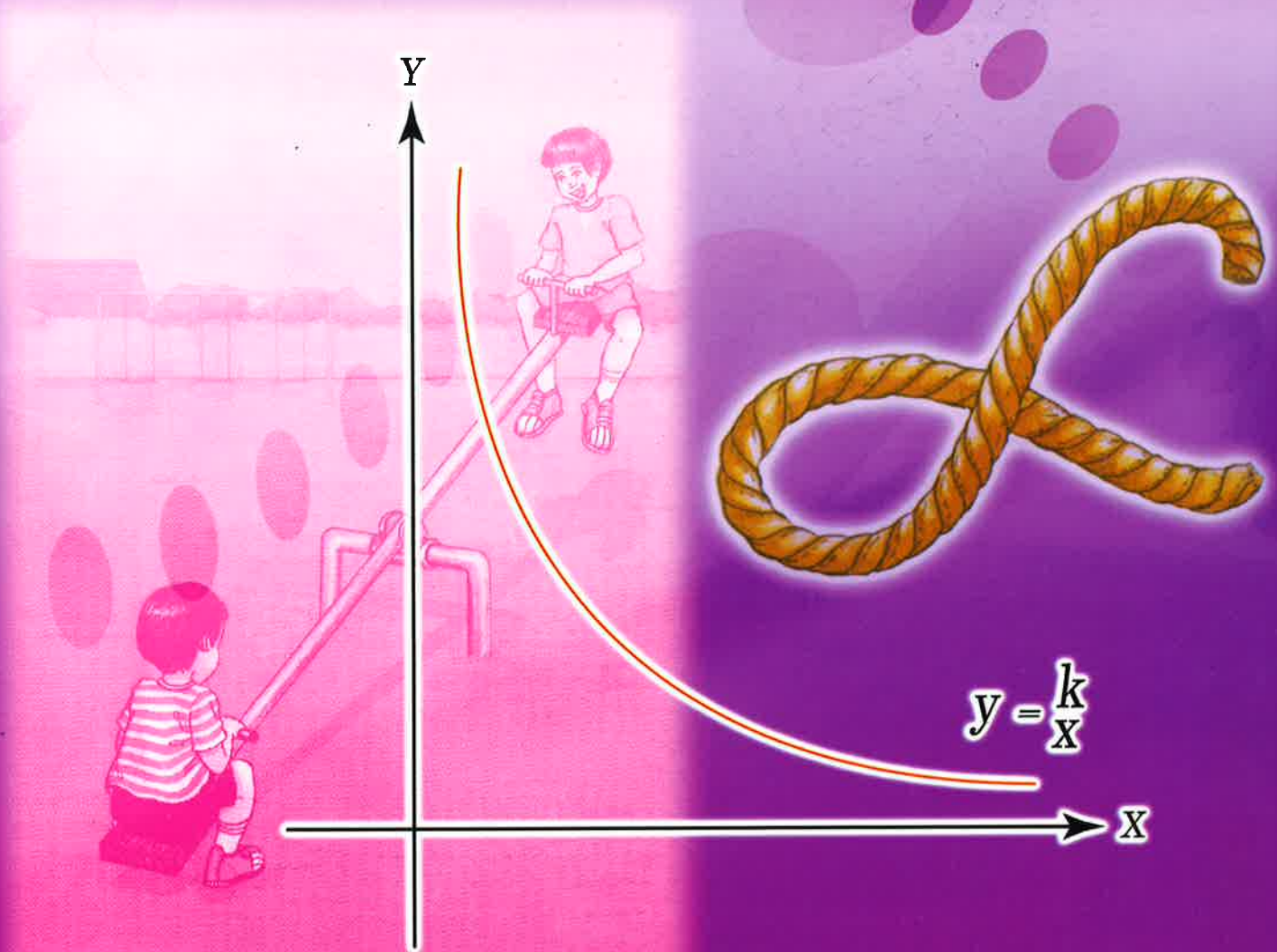
คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม

# คณิตศาสตร์ เล่ม ๒

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑





คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม  
คณิตศาสตร์ เล่ม ๒  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
กระทรวงศึกษาธิการ

ISBN 978-616-317-194-8

พิมพ์ครั้งที่สอง ๕,๐๐๐ เล่ม

พ.ศ. ๒๕๕๖

องค์การค้ำของ สกสค. จัดพิมพ์จำหน่าย

พิมพ์ที่โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว

๒๒๔๙ ถนนลาดพร้าว วังทองหลาง กรุงเทพมหานคร

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ



ประกาศสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
เรื่อง อนุญาตให้ใช้สื่อการเรียนรู้ในสถานศึกษา

ด้วยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้มอบหมายให้สถาบันส่งเสริม  
การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จัดทำโครงสร้างหลักสูตรรายวิชาเพิ่มเติม และจัดทำคู่มือครู  
รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม ๒ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒  
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้ในสถานศึกษาได้

ประกาศ ณ วันที่ ๒๐ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๓

(นายชินภัทร ภูมิรัตน)

เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

## คำนำ

คู่มือครู รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม ๒ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ นี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีจัดทำขึ้น เพื่อให้ครูผู้สอนเลือกใช้ประกอบการเรียนการสอนควบคู่กับหนังสือเรียน ตามโครงสร้างหลักสูตรรายวิชาเพิ่มเติม โดยให้พิจารณาเทียบเคียงกับหลักสูตรของสถานศึกษา เพื่อเป็นแนวทางในการสอนคณิตศาสตร์ และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา และพัฒนาทักษะการเรียนรู้ไปสู่ทักษะการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ตามความสามารถและความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียนได้ ในการจัดทำคู่มือครูเล่มนี้ ได้รับความร่วมมือจากคณาจารย์ ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์จากสถาบันต่างๆ ทั้งภาครัฐและเอกชนเป็นอย่างดี

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน หวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้ เพื่อประยุกต์ใช้พัฒนาการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสม ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนบุคคลและหน่วยงานที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำหนังสือไว้ ณ โอกาสนี้



(นายชินภัทร ภูมิรัตน)

เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

๒๐ ธันวาคม ๒๕๕๓

## คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้รับมอบหมายจากกระทรวงศึกษาธิการ ให้พัฒนาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ รวมทั้งสาระการออกแบบและเทคโนโลยี และสาระเทคโนโลยีสารสนเทศในกลุ่มสาระการเรียนรู้การงานอาชีพและเทคโนโลยี ตลอดจนจัดทำสื่อการเรียนรู้ตามหลักสูตรดังกล่าว

คู่มือครูเล่มนี้จัดทำขึ้นสำหรับใช้ประกอบการสอนควบคู่กับหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ เล่ม ๒ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ เพื่อให้ครูผู้สอนใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนบรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ซึ่งในแต่ละบทจะประกอบด้วย สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์ประจำบท แนวทางในการจัดการเรียนรู้ เอกสารแนะนำการจัดกิจกรรม ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เฉลยแบบฝึกหัดและกิจกรรม กิจกรรมเสนอแนะและแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เพื่อให้เป็นประโยชน์ในการเตรียมการสอน ในส่วนของแบบฝึกหัดนั้นมีการเสนอแนะแนวคิดโดยละเอียดสำหรับข้อที่จำเป็น แต่สำหรับข้อที่รูปแบบของโจทย์ซ้ำกันจะให้เฉพาะคำตอบเท่านั้น

ในการจัดทำคู่มือครูเล่มนี้ สสวท. ได้รับความร่วมมืออย่างดียิ่งจากคณะอาจารย์จากโรงเรียนและมหาวิทยาลัย สสวท. จึงขอขอบคุณทุกท่านไว้ ณ ที่นี้ และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าคู่มือครูเล่มนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ให้สามารถนำไปใช้ หรือปรับใช้ให้เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียน

หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้คู่มือครูเล่มนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วยจักขอบคุณยิ่ง



(นางพรพรรณ ไวทยางกูร)

ผู้อำนวยการ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

## คำชี้แจงการใช้คู่มือครู

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้พิจารณาเห็นว่า เพื่อให้จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่กำหนดไว้ในหลักสูตรครบถ้วนทั้งสามด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม จึงได้จัดทำคู่มือครู ซึ่งเสนอแนะแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้โดยละเอียด เพื่อให้ควบคู่กับหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังนั้นครูควรศึกษาคู่มือครูให้เข้าใจถ่องแท้ ควรทดลองปฏิบัติกิจกรรมเพื่อให้เกิดความพร้อมในการสอนก่อนเข้าสอนทุกบทเรียน และดำเนินกิจกรรมตามที่เสนอแนะไว้ ครูอาจปรับเปลี่ยนกิจกรรมและวิธีจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ตามความเหมาะสมโดยคำนึงถึงศักยภาพของนักเรียนเป็นสำคัญ

คู่มือครูของแต่ละบทประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

1. **ข้อบท** ระบุจำนวนชั่วโมงที่ใช้ในการเรียนการสอนของแต่ละบทไว้โดยประมาณ ครูอาจยืดหยุ่นได้ตามที่เห็นสมควร

2. **สาระการเรียนรู้** ในแต่ละบทเรียนจะระบุสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามที่ปรากฏอยู่ในหนังสือหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช ๒๕๕๐ เพื่อความสะดวกของครูในการตรวจสอบความสอดคล้องและครอบคลุมของหลักสูตรสถานศึกษา

3. **จุดประสงค์ประจำบท** ครูต้องคำนึงถึงเสมอว่าจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์ประจำบทตามที่กำหนด เพื่อการวัดและประเมินผลหลังจบการเรียนการสอน

4. **แนวทางในการจัดการเรียนรู้** ในแต่ละหัวข้อเรื่องของบทเรียนประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้

- 1) **จุดประสงค์** จุดประสงค์ของการสอนในแต่ละหัวข้อนี้จัดเป็นตัวชี้วัดของแต่ละหัวข้อระบุไว้เพื่อให้ครูคำนึงถึงเสมอว่าจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนมีความรู้และมีความสามารถตรงตามจุดประสงค์ที่วางไว้ ซึ่งจะต้องเกิดขึ้นระหว่างเรียนหรือดำเนินกิจกรรม ครูต้องประเมินผลให้ตรงตามจุดประสงค์และใช้วิธีการประเมินผลที่หลากหลายเพื่อให้มีผลบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

การประเมินผลที่หลากหลายอาจเป็นการสังเกต การตอบคำถาม การทำแบบฝึกหัด การทำใบกิจกรรม หรือการทดสอบย่อย จุดประสงค์ใดที่ครูเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ผ่าน ในชั่วโมงต่อไปครูควรนำบทเรียนนั้นมาสอนซ่อมเสริมใหม่

- 2) ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นส่วนสำคัญของคู่มือครู ครูควรศึกษาและทำความเข้าใจควบคู่กับหนังสือเรียน เพื่อเตรียมจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์และเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

5. **เฉลยแบบฝึกหัดและกิจกรรม** แบบฝึกหัดและคำถามในกิจกรรมที่มีลักษณะเป็นปัญหาชวนคิด ในหนังสือเรียนทุกข้อมีคำตอบให้ บางข้อมีเฉลยแนวคิดเพิ่มเติมไว้ให้เพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการหาคำตอบ บางข้อมีหลายคำตอบแต่ให้ไว้เป็นตัวอย่างเพียงหนึ่งคำตอบ ทั้งนี้เพราะแบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนทำ ได้สอดแทรกปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างหลากหลาย การให้เหตุผลหรือคำอธิบายของนักเรียนอาจแตกต่างจากที่เฉลยไว้ ในการตรวจแบบฝึกหัดครูควรพิจารณาอย่างรอบคอบ ยอมรับคำตอบที่เห็นว่ามีความถูกต้องและเป็นไปได้ที่แตกต่างไปจากที่เฉลยไว้ให้

6. **กิจกรรมเสนอแนะ** มีหลายลักษณะอาจเป็นกิจกรรมเพื่อนำเข้าสู่เนื้อหาสาระ เสริมเนื้อหาสาระหรือกิจกรรมพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ครูเลือกใช้ ในแต่ละกิจกรรมครูอาจปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมกับเวลาและความสามารถของนักเรียน

ก่อนดำเนินกิจกรรม ครูควรสนทนากับนักเรียนด้วยบรรยากาศที่เป็นกันเอง เพื่อให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นแง่มุมต่าง ๆ ของกิจกรรมที่จะทำ ไม่ควรด่วนอธิบายหรือชี้แนะแนวคิด ขณะทำกิจกรรมครูต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นที่หลากหลาย ตลอดจนฝึกฝนให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ ตัดสินใจและหาข้อสรุป

7. **แบบฝึกหัดเพิ่มเติม** ในบางบทเรียนได้เตรียมแบบฝึกหัดเพิ่มเติมไว้ให้ครูเลือกหรือปรับใช้

## คำแนะนำการใช้หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. เนื้อหาสาระ ในการนำเสนอเนื้อหาสาระของแต่ละบทเรียน ได้คำนึงถึงการเชื่อมโยงความรู้ใหม่ กับความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน โดยพยายามใช้ตัวอย่างจากชีวิตจริงและความรู้จากศาสตร์อื่น ประกอบการอธิบายเพื่อให้ได้ข้อสรุปเป็นความรู้ใหม่ต่อไป
2. ตัวอย่าง มีไว้เสริมความเข้าใจในเนื้อหาสาระและการนำไปใช้
3. แบบฝึกหัดท้ายหัวข้อ แบบฝึกหัดที่นำเสนอไว้มีหลายลักษณะ คือฝึกทักษะการคิดคำนวณ แก้ โจทย์ปัญหา ฝึกวิเคราะห์ ให้เหตุผล และฝึกหาข้อสรุปเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์
4. ปัญหาชวนคิดหรือเรื่องน่ารู้ เป็นโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ที่ เรียนมาเพื่อแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุปใหม่

เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดในการใช้หนังสือเรียน ครูควรปฏิบัติดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาสาระและวิธีนำเสนอควบคู่กับกิจกรรมของแต่ละเรื่องที่เสนอแนะไว้ในคู่มือครู ให้ เข้าใจอย่างถ่องแท้
2. ทำแบบฝึกหัดท้ายหัวข้อและแสวงหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการหาคำตอบ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ข้อที่มีวิธีคิดหรือคำตอบที่หลากหลาย
3. วางแผนการจัดการเรียนรู้ตลอดภาคเรียนให้ครอบคลุมทุกเนื้อหาสาระและเหมาะสมกับเวลา
4. ในการสอนเนื้อหาสาระแต่ละเรื่องไม่ควรด่วนบอกนักเรียนทันที ควรใช้วิธีการสอนผ่านกิจกรรม หรืออภิปรายโต้ตอบ เพื่อให้ให้นักเรียนสรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเองเท่าที่จะสามารถทำได้
5. สร้างสถานการณ์หรือโจทย์ที่สอดคล้องกับเนื้อหาสาระในบทเรียนเพิ่มเติมจากสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวหรือ ภูมิปัญญาท้องถิ่น เพื่อให้ให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาสาระมากขึ้นและสามารถเชื่อมโยงความรู้ ต่าง ๆ เป็นแนวทางในการประยุกต์ต่อไป



**กำหนดเวลาสอนโดยประมาณ**  
**รายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

บทที่	เรื่อง	จำนวนชั่วโมง
1	การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	20
2	สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	20
3	การแปรผัน	20
	<b>รวม</b>	<b>60</b>

# สารบัญ

หน้า

ประกาศกระทรวงฯ

คำนำ

คำชี้แจง

คำชี้แจงการใช้คู่มือครู

ก

กำหนดเวลาสอนโดยประมาณ

ง

**บทที่ 1 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง**

**1**

สาระการเรียนรู้

1

จุดประสงค์ประจำบท

1

แนวทางในการจัดการเรียนรู้

2

1.1 การแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง

2

จุดประสงค์

2

ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

2

1.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว

3

จุดประสงค์

3

เอกสารแนะนำการจัดกิจกรรม

3

ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3

1.3 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

5

จุดประสงค์

5

เอกสารแนะนำการจัดกิจกรรม

5

ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

5

1.4 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

6

จุดประสงค์

6

เอกสารแนะนำการจัดกิจกรรม

6

ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

6

เฉลยแบบฝึกหัดและกิจกรรม

7

กิจกรรมเสนอแนะ แบบฝึกหัดทบทวนและคำตอบ

23

<b>บทที่ 2</b>	<b>สมการกำลังสองตัวแปรเดียว</b>	<b>34</b>
	สาระการเรียนรู้	34
	จุดประสงค์ประจำบท	34
	แนวทางในการจัดการเรียนรู้	35
	2.1 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	35
	จุดประสงค์	35
	เอกสารแนะนำการจัดกิจกรรม	35
	ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน	35
	2.2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว	38
	จุดประสงค์	38
	ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน	38
	เฉลยแบบฝึกหัดและกิจกรรม	42
	กิจกรรมเสนอแนะ แบบฝึกหัดเพิ่มเติมและคำตอบ	98
<b>บทที่ 3</b>	<b>การแปรผัน</b>	<b>99</b>
	สาระการเรียนรู้	99
	จุดประสงค์ประจำบท	99
	แนวทางในการจัดการเรียนรู้	100
	3.1 การแปรผันตรง	100
	จุดประสงค์	100
	ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน	100
	3.2 การแปรผกผัน	102
	จุดประสงค์	102
	ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน	103
	3.3 การแปรผันเกี่ยวเนื่อง	103
	จุดประสงค์	103
	ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน	104
	เฉลยแบบฝึกหัดและกิจกรรม	105
	คณะกรรมการจัดทำสื่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น	136